Jeux octaux dans les graphes : 0.03

Antoine Dailly*
LIRIS – Université Lyon 1

Les *jeux combinatoires* sont un ensemble de jeux répondant à un certain nombre de conditions : deux joueurs s'y opposent, jouant alternativement sans possibilité de passer leur tour, l'information est parfaite, il n'y a ni hasard, ni boucles, ni possibilité de match nul, et le gagnant est entièrement déterminé par le dernier coup joué [1]. Les *jeux octaux* sont une famille de jeux combinatoires se jouant sur des piles d'objets et dont les règles sont strictement définies par un code octal [2].

Nous généralisons la définition des jeux octaux de façon à pouvoir y jouer sur des graphes. On considère qu'un coup dans un jeu octal sur un graphe consiste à retirer du graphe un ou des sommets induisant un sous-graphe connexe, ainsi que toutes les arêtes adjacentes à ces sommets, en accord avec les règles définies par le code octal. Le jeu ARC-KAYLES est le seul jeu de ce type à avoir été examiné [3].

Nous étudions une variante plus contrainte de ARC-KAYLES, 0.03. Dans ce jeu, chaque joueur va tour à tour retirer du graphe deux sommets adjacents et toutes leurs arêtes incidentes, à condition de ne pas déconnecter ainsi le graphe, tel que présenté Figure 1. Le dernier joueur à pouvoir jouer remporte la partie.

Nous montrons comment déterminer le gagnant si le jeu a lieu sur un arbre ou sur une grille de hauteur 2, deux familles de graphes dans lesquels la stratégie adoptée n'a aucune importance. Nous trouvons également une stratégie gagnante sur les grilles de hauteur 3.

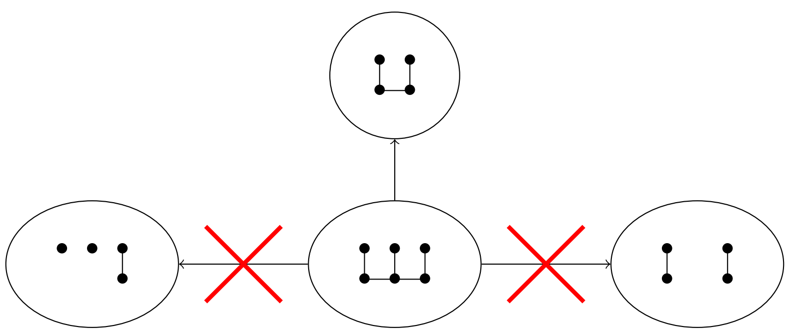

FIGURE 1 – Coups autorisés et interdits dans une partie de 0.03.

Références

[1] Michael Albert, Richard Nowakowski, David Wolfe. *Lessons in play : an introduction to combinatorial game theory*, CRC Press, 2007.

[2] Elwyn R Berlekamp, John H Conway, Richard K Guy. *Winning Ways for Your Mathematical Plays, Volume 1*, A K Peters, 2001.

[3] T. J. Schaeffer, On the complexity of some two-person perfect-information games, *J. Comput. System Sci.*, **16** (1978), 185–225.

*Dans le cadre du projet ANR GAG (Graphs and Games)