

A. Dailly, F. Foucaud et A. Hansberg : Renforcer la conjecture de Murty-Simon sur les graphes critiques de diamètre 2

Antoine Dailly, G-SCOP, Grenoble, antoine.dailly@univ-lyon1.fr

Florent Foucaud, LIMOS, Clermont-Ferrand, florent.foucaud@gmail.com

Adriana Hansberg, Instituto de Matemáticas, UNAM Juriquilla, ahansberg@im.unam.mx

Un graphe est *critique de diamètre 2*, ou *D2C*, s'il a diamètre 2 et si la suppression de toute arête augmente son diamètre. Cette famille inclut des graphes connus tels que les graphes bipartis complets, le graphe de Petersen ou les graphes de Moore. Dans les années 1960 et 1970, Murty, Ore, Plesník et Simon ont indépendamment formulé la conjecture suivante, généralement appelée *conjecture de Murty-Simon* [1].

Conjecture 1. *Un graphe D2C d'ordre n a au plus $\lfloor \frac{n^2}{4} \rfloor$ arêtes, avec égalité si et seulement s'il s'agit d'un graphe biparti complet équilibré.*

De nombreux résultats partiels ont été obtenus pour cette conjecture. Plus récemment, des études suggèrent que, pour les graphes D2C non-bipartis, la borne de la Conjecture 1 peut être améliorée, à part pour un graphe d'ordre 6 appelé H_5 . Nous démontrons une borne améliorée pour les graphes D2C avec une arête dominante, pour lesquels la Conjecture 1 avait été démontrée dans une série de papiers [2, 3, 4].

Théorème 2. *Soit G un graphe D2C non-biparti avec une arête dominante. Si $G \neq H_5$, alors G a au plus $\lfloor \frac{n^2}{4} \rfloor - 2$ arêtes.*

Notre méthode de preuve est une extension de celle utilisée dans [2] et utilise une orientation sur les arêtes du graphe.

Références

- [1] L. Caccetta and R. Häggkvist. On diameter critical graphs. *Discrete Mathematics* 28(3) :223–229, 1979.
- [2] D. Hanson and P. Wang. A note on extremal total domination edge critical graphs. *Utilitas Mathematica* 63 :89–96, 2003.
- [3] T. W. Haynes, M. A. Henning, L. C. van der Merwe and A. Yeo. On a conjecture of Murty and Simon on diameter 2-critical graphs. *Discrete Mathematics* 311(17) :1918–1924, 2011.
- [4] T. Wang. On Murty-Simon Conjecture. Manuscript, 2012. <http://arxiv.org/abs/1205.4397>